Simmetrie e metamorfosi

Giuseppe Vitiello

English title Symmetries and metamorphoses

Abstract In quantum field theory with spontaneous breakdown of symmetry, the basic dynamics manifests itself in a variety of observable ordered patterns. The manifestations at the level of the observations of the dynamical symmetry may be described in well definite formal terms as metamorphoses. The locality of the observations is at the origin of the dynamical rearrangement of symmetry. A crucial role in the metamorphosis processes is played by the coherence of the correlations generating order and self-similar fractal patterns. The properties of dissipation, functional stability, the arising of the arrow of time are also discussed. Contrarily to what happens in a disordered system, the energy delivered to ordered patterns emerging from metamorphosis processes is distributed not only individually among the elementary constituents, but also to the net of their coherent ordering correlations. Our conclusions apply to elementary particle physics, condensed matter physics and to the physics of the living phase of the matter (biology and neuroscience) and can be as well applied to some aspects of linguistics in the generation of meanings, in the transition from syntax to semantics. The role of coherence in the manifestations of the microscopic dynamics at the level of macroscopic system behaviors is crucial in order to extend the notion of metamorphosis to the whole scenario of natural phenomena.

Keywords quantum field theory, spontaneous breakdown of symmetry, order, coherent states, metamorphosis, morphogenesis, arrow of time, meaning, syntax, semantics

1. Metamorfosi

Fanno bene Ubaldo Fadini e Paolo Francesco Pieri a ricordare nel loro invito a contribuire a questo fascicolo di *Atque* che la «questione della metamorfosi» esprime «una dinamica che ha sempre come scena e spesso come protagonista il mondo della natura in ogni suo aspetto». Questa osservazione può infatti essere appieno condivisa quando si assuma il punto di vista della fisica, specialmente se la si mette in immediata connessione con i processi dei «mutamenti di forma e struttura», dunque di morfologia, come Ubaldo e Paolo Francesco fanno richiamando Linneo e Goethe scienziato e i loro studi del «processo di crescita delle piante» e *di trasformazione dell'identico* in cui la natura «dispiega la medesima dinamica».

Cerchiamo dunque di vedere come in fisica sia possibile parlare di *metamorfosi*, di *morfologia*, di *trasformazione*, e del *dispiegarsi della medesima dinamica* in termini formali molto concreti che trovano conferma in innumerevoli riscontri sperimentali. Alcuni aspetti del formalismo di cui si discute nel seguito, tipico della fisica della materia condensata e delle particelle elementari, possono essere utilmente estesi anche al dominio della materia vivente, dalla biologia alle neuroscienze. In particolare, la *coerenza* della dinamica microscopica nella generazione di strutture ordinate permette il suo manifestarsi a livello macroscopico e così di «estendere la nozione di metamorfosi a tutta la natura».

2. I campi e le loro equazioni

È forse utile introdurre immediatamente alcuni degli attori che compaiono nella nostra storia: i *campi*, le loro *equazioni,* le loro *trasformazioni*. Altri attori verranno introdotti nel seguito.

I campi sono delle grandezze con ben definite proprietà matematiche, essi coinvolgono per loro stessa definizione un numero illimitato (diciamo infinito) di variabili e sono in genere suscettibili di essere trasformati in accordo a certe precise prescrizioni. Se osserviamo per esempio la corrente di un fluido, non è pensabile che si possa misurare la velocità di ogni sua singola molecola. Si introduce allora un *campo velocità*, diciamo v(x,t), dove x indica la posizione e t il tempo. Il campo velocità assume quindi valori ben definiti in ogni punto dello spazio e del tempo attraversato dallo scorrere del nostro fluido. Le variazioni del campo velocità al variare di x sono collegate alle sue variazioni al variare del tempo e alle forze da cui tali variazioni sono generate. La velocità delle molecole del fluido può essere infatti variata con opportune azioni (forze), causate da agenti esterni o anche interni al sistema, per esempio da variazioni della temperatura in certe regioni del fluido. Le relazioni tra queste variazioni del campo e le forze in gioco definiscono le *equazioni del campo velocità* e queste descrivono la *dinamica* della nostra corrente di fluido, l'*evoluzione* del suo *stato* al variare dello spazio e del tempo. Il campo descrive quindi il *moto collettivo* del fluido pur essendo sensibile punto per punto, *localmente*, alle variazioni del moto delle singole molecole.

Nel seguito anziché riferirci all'esempio della corrente di fluido e del campo velocità, ci riferiremo a un generico sistema e un generico campo $\varphi(x,t)$.

Consideriamo ora le trasformazioni dei campi. Supponiamo per esempio che al campo φ possa essere sommata una quantità costante c, otteniamo allora la *trasformazione di traslazione* $\varphi(x,t) \rightarrow \varphi(x,t) + c$, che definisce il campo trasformato $\varphi'(x,t)$; dunque $\varphi(x,t) \rightarrow \varphi'(x,t) = \varphi(x,t) + c$. Nel caso in cui φ abbia proprietà matematiche per cui si possa definire una sua rotazione, allora un altro possibile esempio di trasformazione è che φ venga ruotato di un certo angolo θ, e dunque abbiamo la *trasformazione per rotazione* $\varphi(0) \rightarrow \varphi'(\theta)$; $\varphi(0)$ indica il campo "prima della rotazione" (angolo zero) e $\varphi'(\theta)$ il campo "dopo la rotazione" (angolo θ).

Nella nostra discussione siamo interessati alle trasformazioni *continue*, quelle cioè che dipendono da quantità, detti parametri della trasformazione, che variano con continuità in un certo intervallo; per esempio, nelle traslazioni e nelle rotazioni le quantità di cui si trasla il campo o l'angolo di cui lo si ruota variano con continuità in un dato intervallo.

L'insieme delle trasformazioni di un certo tipo cui un campo $\varphi(x,t)$ può essere sottoposto può godere a sua volta di proprietà matematiche ben definite e in tal caso si dice che esso forma un *gruppo di trasformazioni* (rispettivamente, il gruppo delle traslazioni e il gruppo delle rotazioni nei due esempi su considerati).

3. Simmetrie e dinamica

Può ora accadere che le equazioni dei campi restino invariate, che cioè non cambi la loro forma matematica quando in esse i campi vengano trasformati in accordo a un gruppo G di trasformazioni. Le equazioni, e quindi la dinamica che esse descrivono, sono allora dette *simmetriche sotto il gruppo G di trasformazioni*.

Conoscere le *simmetrie della dinamica* è di grande aiuto nel trovare le soluzioni delle equazioni dei campi. Queste, come già detto, descrivono l'insieme delle interazioni tra i componenti elementari (descritti dai campi) e tra questi e le forze che operano. Sono equazioni in cui compaiono prodotti e potenze dei campi necessari alla descrizione del sistema. Per tale ragione esse sono dette equazioni non-lineari, e per questo motivo trovarne le soluzioni può essere molto difficile, per cui si adottano approssimazioni che le semplifichino e si ricorre all'ausilio di calcolatori per averne soluzioni numeriche. La conoscenza delle proprietà di simmetria offre il grande vantaggio di poter individuare quelle soluzioni per le quali valgano delle *leggi di conservazione*, per esempio la conservazione dell'energia e di altre quantità, dette genericamente "cariche", che caratterizzano gli stati del sistema. Il teorema di Noether[1] assicura infatti che l'esistenza di una simmetria continua delle equazioni implica l'esistenza di una corrispondente quantità conservata, che cioè non varia al variare del tempo. Conviene allora parlare di proprietà di *invarianza*, piuttosto che di proprietà di simmetria delle equazioni e della dinamica.

4. Le condizioni al contorno

C'è un altro attore che in modo naturale è entrato nella nostra storia: lo *stato*, o meglio gli *stati* del sistema.

I sistemi cui siamo interessati sono in generale composti nella loro struttura microscopica da un numero enorme di componenti elementari e gli strumenti utili al loro studio sono forniti dalla teoria quantistica dei campi (QFT o quantum field theory). Un problema centrale è quello della derivazione di proprietà e comportamenti macroscopici partendo dalla dinamica microscopica descritta dalle equazioni dei campi quantistici. Ma di questo si parlerà nel seguito (cfr. Sezione 7).

In QFT i campi indicano in realtà delle operazioni matematiche (per questo essi sono detti "operatori" di campo) che sono ben definite solo su

[1] C. Itzykson, J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill Inc., New York 1980.

© atque materiali tra filosofia e psicoterapia – ISSN 1120-9364

specifici insiemi di funzioni; questi sono gli insiemi o *spazi* degli stati del sistema, denominati nel gergo della QFT *rappresentazioni dei campi* o *fasi*.

Un aspetto matematico caratteristico della QFT è l'esistenza di un insieme $\{H_F\}$ di un numero infinito di possibili diverse rappresentazioni per un sistema fisico. Esse descrivono realizzazioni della dinamica fisicamente diverse, non equivalenti nelle proprietà fisiche e nel comportamento del sistema. Sono caratterizzate da valori diversi di specifiche cariche relative alle simmetrie della dinamica, dette *parametri d'ordine*. Nell'insieme $\{H_F\}$, uno specifico spazio H_F riassume in sé le proprietà specifiche dell'*ambiente* in cui il sistema evolve e con il quale esso è *inestricabilmente allacciato* (*entangled*, in gergo).

La *medesima* dinamica, le *medesime* equazioni dei campi regolano l'evoluzione degli stati del sistema in ciascuna delle diverse fasi cui esso può accedere.

Per la completa definizione del problema matematico relativo alla risoluzione delle equazioni di campo non basta quindi l'assegnazione delle stesse, occorre specificare anche in quale rappresentazione o fase si intende risolverle. Questa specificazione rientra nelle *condizioni al contorno* sotto cui le equazioni vanno risolte. Soluzioni corrispondenti a diverse proprietà e comportamenti fisici, si ottengono imponendo diverse condizioni al contorno. Le uguaglianze tra i membri delle equazioni dei campi assumono dunque significato matematico definito solo quando si operi con i campi sugli stati della rappresentazione specificata. Si esprime questo dicendo che sono "uguaglianze deboli".

Le transizioni da una fase all'altra (*transizioni di fase*) sono descritte da processi *critici*, caratterizzati cioè dalla crescita illimitata (divergenza) di certe quantità specifiche del sistema.

Una prima conclusione cui perveniamo è dunque che *la medesima dinamica si dispiega in una molteplicità di fasi o comportamenti fisici diversi del sistema*.

5. Campi interagenti e campi asintotici

I campi che descrivono il sistema al cui studio siamo interessati sono quelli le cui equazioni descrivono le interazioni, detti campi interagenti o di Heisenberg, e i campi in termini dei quali sono descritte le osservazioni, detti campi asintotici o fisici. Denotiamo i campi di Heisenberg con $\psi(x,t)$ e quelli asintotici con $\phi(x,t)$. H_H e H_F denotano gli spazi degli stati su cui le operazioni operate da $\psi(x,t)$ e $\phi(x,t)$ sono rispettivamente definite.

In generale, non sono possibili osservazioni nella regione spaziale e temporale in cui avviene l'interazione. Le osservazioni possono infatti produrre delle interferenze con il processo che si vuole studiare, alterandolo anche in maniera radicale. Per evitare queste interferenze occorre procedere con le osservazioni in regioni spazio-temporali lontane dalla regione di interazione, in regioni "asintotiche". Soltanto in tali regioni possiamo condurre le operazioni di misura, in termini dei campi $\phi(x,t)$, delle quantità, dette appunto "osservabili", che caratterizzano gli stati del sistema in H_F (tra queste le costanti del moto e i parametri d'ordine cui abbiamo accennato nelle Sezioni precedenti).

Non abbiamo dunque accesso diretto alle interazioni descritte dalla dinamica (dalle equazioni per i campi di Heisenberg $\psi(x,t)$). Essa resta *opaca*[2,3] alle osservazioni, conoscibile solo per inferenza, risalendo a essa, per quanto possibile, dai dati raccolti nelle osservazioni della sua *immagine* fenomenica.

La teoria quantistica dei campi si sviluppa dunque su due livelli "linguistici", quello della dinamica dei campi $\psi(x,t)$ e quello fenomenologico dei campi $\phi(x,t)$ (Figura 1). Il collegamento tra i due livelli è dato dalla "mappa dinamica" Ψ che esprime $\psi(x,t)$ in termini di $\phi(x,t)$: $<\psi(x,t)> = <\Psi(\phi(x,t))>$; il simbolo " $< * >$ " denota che il valore di $\psi(x,t)$ sugli stati asintotici è ottenuto operando con $\Psi(\phi(x,t))$ su di essi. L'uguaglianza vale "in senso debole" nello spazio H_F (cfr. Sezione 4).

La forma funzionale di Ψ in termini di $\phi(x,t)$ porta in se tutta l'informazione contenuta nelle equazioni della dinamica, per questo la mappa $\psi(x,t) \leftrightarrow \phi(x,t)$ è detta dinamica. Essa ci rimanda alla figura retorica della *metafora*, che, se accettiamo che sia per così dire esporta-

[2] G. Vitiello, "Opacità del mondo e conoscenza", in «Atque», 8 n.s., 2016, pp. 17-32.

[3] G. Vitiello, "The World Opacity and Knowledge", in L. Urbani Ulivi (a cura di), *The systemic turn in human and natural sciences. Contemporary systems thinking*, Springer, Cham 2019, pp. 41-51.

ta in ambito fisico, è definita in tale ambito dalla struttura matematica dell'uguaglianza debole nella mappa dinamica. In questo senso, la metafora ha in QFT un preciso significato fisico e matematico.

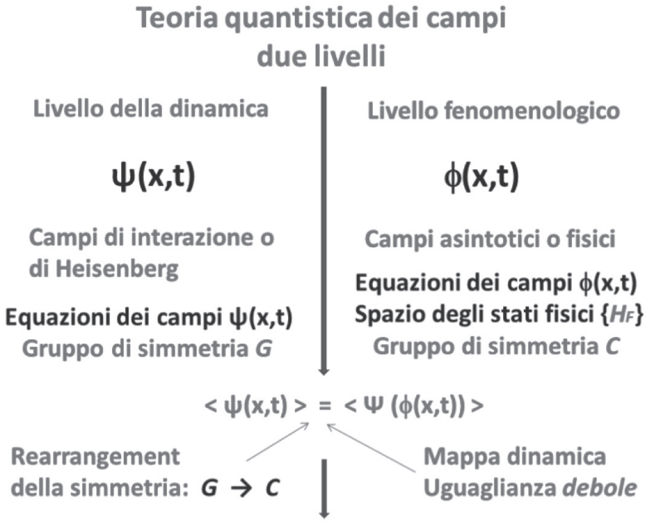

Figura 1. I due livelli della teoria quantistica dei campi. Quando lo spazio degli stati fisici H_F non è simmetrico sotto il gruppo di simmetria G della dinamica, ma sotto il gruppo C diverso da G si ha la rottura spontanea della simmetria e il suo *rearrangement* $G \to C$.

6. Rottura spontanea della simmetria e generazione di strutture ordinate

Oltre alle proprietà di simmetria delle equazioni dei campi di Heisenberg, è necessario considerare anche le proprietà di simmetria degli spazi degli stati fisici in $\{H_F\}$ in cui la dinamica può realizzarsi. Può accadere che uno o alcuni di tali spazi non posseggano le stesse proprietà di simmetria della dinamica.

Consideriamo, per fissare le idee, uno specifico H_F e in esso lo stato di minima energia, detto anche stato di *vuoto*. Supponiamo che questo stato sia simmetrico sotto un gruppo di trasformazioni C che sia diverso da G (Figura 1). Quando ciò accade diciamo che si verifica la *rottura spontanea della simmetria*.[4] Nella Sezione 9 vedremo come si può indurre il sistema a situarsi in un tale stato.

In tal caso, le equazioni per i campi asintotici $\phi(x,t)$ definiti su H_F sono simmetriche sotto C ed esiste una quantità osservabile, denotiamola con M, distintiva dello stato di vuoto e dello spazio H_F considerato, detta *parametro d'ordine* (alla quale abbiamo già fatto riferimento nelle Sezioni precedenti).

Il motivo di questo nome per M risiede nel fatto che la rottura spontanea della simmetria produce correlazioni dinamiche tra i componenti elementari su distanze grandi rispetto alle loro dimensioni. Tali correlazioni sono responsabili della formazione di strutture ordinate negli stati del sistema. Il parametro d'ordine M fornisce una misura del grado di ordinamento di tali strutture.

L'ordine nasce dunque dalla rottura di simmetria, è mancanza di simmetria. Un sistema che sia simmetrico sotto certe trasformazioni è infatti, per definizione di simmetria, un sistema che resta uguale a sé stesso anche dopo che sia stato sottoposto alla trasformazione. La presenza di simmetrie produce una condizione di indistinguibilità. La rottura o mancanza di simmetria introduce la possibilità di distinguere tra aspetti o elementi del sistema altrimenti indistinguibili, dunque ordinamento tra di essi.

Per esempio, in un gas di atomi, ognuno di essi può collocarsi in una qualsiasi posizione; la dinamica è simmetrica sotto traslazione spaziale continua (gruppo di simmetria originaria G). Supponiamo ora che le condizioni al contorno (per esempio variazioni della temperatura, della pressione, etc.) inducano il gas a trasformarsi in un cristallo (transizione dalla fase gassosa a quella cristallina). Nel cristallo gli atomi sono disposti nei siti del reticolo cristallino e non possono essere traslati a piacimento, come invece accadeva nel gas. L'ordine cristallino nasce dalla rottura della simmetria continua sotto traslazione. Questa si *trasforma* nel processo di formazione del cristallo in un ordinamento spa-

[4] Non siamo qui interessati alla rottura esplicita della simmetria che si ottiene modificando le equazioni dei campi con termini aggiuntivi.

ziale periodico (in gergo, *dynamical rearrangement of symmetry*),[5,6,7,8,9] con periodo dato dalla lunghezza del reticolo che separa i siti in cui sono collocati gli atomi.

Responsabili dell'ordinamento degli atomi nel reticolo cristallino sono le correlazioni tra di essi che si estendono in pratica su tutto il cristallo. Queste correlazioni determinano la durezza (o il suo inverso, l'elasticità) del cristallo e sono descrivibili in termini di quanti o particelle, denominate *fononi*. Lo stato energetico del cristallo dipende dal numero maggiore o minore di fononi in esso presenti (*condensati*). Il parametro d'ordine è dato dalla densità del cristallo, collegata al numero dei fononi condensati. Tale numero può essere variato con una trasformazione di condensazione. Il gruppo originario di simmetria continua G delle traslazioni spaziali del gas si è dunque *trasformato* nel gruppo, diciamo C, delle trasformazioni di condensazione dei fononi del cristallo.

Dal gas di atomi è stata dunque generata, in un processo di trasformazione dinamica, la *forma* cristallina.

Altro esempio, tra i tanti, è quello del magnete. Al livello della dinamica originaria, i magnetini elementari possono essere orientati ciascuno in una qualsiasi direzione. Il gruppo G è quello delle rotazioni continue sferiche. In seguito alla rottura spontanea della simmetria, G si trasforma (*rearrangement*) nel gruppo C che contiene le rotazioni cilindriche attorno alla specifica direzione della magnetizzazione (parametro d'ordine che caratterizza l'ordinamento dei magnetini secondo un orientamento preferenziale) e le trasformazioni di condensazione dei *magnoni*, quanti delle onde di correlazione tra le oscillazioni dei magnetini elementari (onde di spin). Dall'*isotropo* gas di magnetini

[5] H. Umezawa, "Dynamical Rearrangement of Symmetry. I.", in «Il Nuovo Cimento», 40, 1965, pp. 450-475.

[6] K. Nakagawa, R. Sen, H. Umezawa, "Dynamical Rearrangement of Symmetry. II.", in «Il Nuovo Cimento», 42, 1966, pp. 565-588.

[7] L. Leplae and H. Umezawa, "Dynamical Rearrangement of Symmetry. III.", in «Il Nuovo Cimento», 44, 1966, pp. 410-426.

[8] G. Vitiello, "Dynamical Rearrangement of Symmetry", in «Diss. Abstr. Int.», 36/02, 1975, pp. 769-B.

[9] H. Umezawa, *Advanced Field Theory*, American Institute of Physics, New York 1993.

elementari è stato dunque generato l'ordinamento (preferenzialmente) unidirezionale dei magnetini, la *forma* del magnete.

Nei due esempi citati, al variare di condizioni al contorno, per esempio della temperatura, si ottengono variazioni del parametro d'ordine (densità e magnetizzazione, rispettivamente) e in corrispondenza a queste si ottengono diverse strutture cristalline e magnetiche, in trasformazioni da *forma a forma*. La medesima dinamica originaria in ciascuno dei casi si evolve *manifestandosi* al livello delle osservazioni in una molteplicità di ordinamenti diversi, *forme* diverse, tra di loro distinguibili: *meta-morfosi* dall'opacità dell'uniformità originaria alla ricchezza della diversità.

7. *Dissipazione, stabilità, coerenza e la freccia del tempo*

Nella Sezione *4* abbiamo visto che nella risoluzione delle equazioni dei campi di Heisenberg l'assegnazione di uno specifico spazio degli stati H_F corrisponde a considerare le proprietà dell'ambiente in cui il sistema evolve e con il quale esso è collegato in un reciproco scambio di energia, materia, informazione, etc. Si considera, in altri termini, il carattere *dissipativo* della dinamica del sistema. I flussi in tale scambio sono bilanciati e il complesso {sistema-ambiente} costituisce un unico sistema *chiuso*, cioè senza flussi energetici o di materia o altro in ingresso o in uscita. Procedere a questa operazione di chiusura è necessario dal momento che il formalismo matematico che possediamo (detto canonico) è modellato per sistemi chiusi. Come abbiamo visto nella Sezione precedente, il processo di metamorfosi ha origine proprio nella realizzazione della dinamica in H_F. Dunque il carattere dissipativo della dinamica gioca un ruolo essenziale nella generazione di forme (morfogenesi) in cui si concretizza il *rearrangement* della simmetria.

Poiché variazioni delle condizioni al contorno sono anch'esse indotte dalle interazioni con l'ambiente, e poiché tali variazioni inducono delle transizioni di fase (altrettante metamorfosi), da H_F a H_F', a H_F'' e così via nell'insieme $\{H_F\}$, vediamo che la "storia" del sistema evolve attraverso "traiettorie" in $\{H_F\}$, in una successione di transizioni di fase nella sua interazione con l'ambiente. Vedremo più avanti quali sono le proprietà di tali traiettorie.

Occorre osservare che la generazione da una medesima dinamica originaria di molteplici strutture ordinate, identificabili, distinguibili e tra di loro fisicamente non equivalenti non produce contraddizioni con principi logici quali quello di identità, di non contraddizione e del terzo escluso. La riorganizzazione (*rearrangement*) della simmetria è un processo *dinamico*, il trasformarsi *di forma in forma* nel succedersi delle *metamorfosi* non consiste nella *negazione* dell'invarianza di base delle equazioni dei campi interagenti, ma nel suo *disvelarsi* nelle osservazioni nella ricchezza delle possibili, diverse *modalità di esistenza* a essa accessibili. L'invarianza delle equazioni dei campi interagenti caratterizza la dinamica e persiste nel processo di *rearrangement* della simmetria; le strutture simmetriche in cui essa si manifesta al livello delle osservazioni sono da essa condizionate e l'invarianza delle equazioni per i campi asintotici (la loro simmetria sotto il gruppo C) ne è diretta conseguenza.

Per brevità non mi soffermo ulteriormente sulle transizioni di fase, sebbene esse giochino un ruolo fondamentale; per esempio, un continuo succedersi di transizioni di fase caratterizza l'evolversi nel tempo nei sistemi biologici, in neuroscienze,[10] nei processi evolutivi e di specializzazione funzionale in teoria dell'evoluzione. Occorre tuttavia sottolineare che la traiettoria risultante dalle metamorfosi (dalle transizioni di fase) da spazio a spazio nell'insieme $\{H_F\}$ è quella risultante dalla minimizzazione dell'energia libera in ciascuno degli spazi attraverso cui essa procede. Il che assicura che sebbene il sistema evolva attraverso un continuo di transizioni di fase, esso è stabile in ciascun H_F (il sistema è "localmente" stabile). Una proprietà che garantisce la stabilità funzionale del sistema (in particolare, sebbene in biologia i sistemi biologici siano definiti come "sistemi lontani dall'equilibrio", il loro essere "localmente" stabili risulta nella loro notevole stabilità funzionale).

Considerare l'energia libera del sistema significa considerare il bilancio energetico collegato alla formazione di strutture ordinate e quindi all'entropia e all'*evoluzione temporale irreversibile* del sistema. Il carattere dissipativo della dinamica implica in definitiva che il sistema non può evolvere tornando indietro nel tempo, implica dunque la rottura della

[10] G. Vitiello, "Dissipazione e coscienza", in «Atque», 16, 1998, pp. 171-198.

simmetria sotto inversione temporale, la comparsa della *freccia del tempo*: le metamorfosi della dinamica di cui discutiamo non sono reversibili (forse non è un caso che nelle favole e nei miti *disfare* una metamorfosi (spezzare un sortilegio) richiede un'azione *miracolosa* (…solo il bacio della principessa può invertire la freccia del tempo facendo *tornare* il ranocchio a quello che era *prima*, un bellissimo principe).

Considerare l'energia libera del sistema è necessario anche perché, contrariamente a quanto accade in un sistema disordinato, l'energia ceduta a un sistema ordinato viene ripartita non solo tra i componenti elementari, ma anche alla "rete di correlazioni" che li lega nell'ordinamento (di cui tiene appunto conto il bilanciamento tra le variazioni di energia e quelle di entropia nella minimizzazione dell'energia libera). In un sistema disordinato, per esempio in un gas, l'energia acquisita si distribuisce tra i componenti elementari producendone, a parte la loro transizione a stati eccitati quando per essi esista tale possibilità, un aumento dell'energia cinetica (termalizzazione con produzione e diffusione di calore e le conseguenti variazioni previste dalla teoria cinetica dei gas). Nei sistemi ordinati i processi di scambio energetico con l'ambiente e i loro effetti sul sistema vanno considerati in una prospettiva completamente diversa. La presenza della rete di correlazioni, rappresentate dai quanti, diciamo $B(x,t)$, a esse associati, impone una distribuzione energetica anche alla stessa rete. Questo comporta una ridotta termalizzazione e la possibilità di raccogliere energia nel sistema "conservandola sulla rete di correlazioni" ai fini di un successivo utilizzo (in reazioni chimiche o altro) nel sistema o nelle sue interazioni con l'ambiente.

Per meglio comprendere come gli aspetti energetici, di dissipazione e stabilità (locale) sono legati alla formazione di strutture ordinate, occorre ricordare che il fenomeno della condensazione, indotto dalla rottura spontanea della simmetria, è descritto dalla trasformazione $B(x,t) \to B(x,t) + c(x,t)$. Quando c non dipende da x e t (è una quantità costante) si ha una condensazione omogenea. La dipendenza di c da x e t implica invece una condensazione non omogenea, limitata per esempio a determinate regioni quando c si azzera oltre certi limiti spazio-temporali, con singolarità, topologie non banali e geometria determinate da corrispondenti proprietà di $c(x,t)$. La trasformazione di $B(x,t)$ produce stati caratterizzati dal fatto che le correlazioni che essi rappresentano non interferiscono distruttivamente perché "in fase" tra di loro

© atque materiali tra filosofia e psicoterapia – ISSN 1120-9364

(sono *coerenti*). Tali stati sono particolarmente stabili e sono detti *stati coerenti*. La proprietà di *coerenza* rende possibile la transizione dal mondo microscopico (quantistico) a comportamenti macroscopici (classici) del sistema. La transizione dalla scala microscopica a quella macroscopica è possibile perché negli stati coerenti le fluttuazioni quantistiche ΔN nel numero N dei quanti condensati sono in percentuale trascurabili; si ha infatti $\Delta N/N \approx 1/|\alpha|$, dove $|\alpha|$ denota il grado di coerenza dello stato, cosicché maggiore $|\alpha|$ (coerenza), minore in percento il numero delle fluttuazioni quantistiche e il sistema mostra dunque comportamenti classici. Il parametro d'ordine è infatti un campo classico nel senso che il suo valore non dipende dalle fluttuazioni quantistiche, e questo indica appunto la stabilità (rispetto alle fluttuazioni quantistiche) dell'ordinamento di cui esso dà conto. È in tal senso che ci si riferisce ai sistemi che presentano ordinamento come a *sistemi quantistici macroscopici*. Questo passaggio è cruciale per l'estensione delle nostre conclusioni al livello macroscopico e quindi della nozione di metamorfosi a tutta la natura.

In definitiva, l'insieme $\{H_F\}$ degli spazi degli stati del sistema è un insieme di stati coerenti e si può dimostrare che le traiettorie attraverso cui il sistema evolve, di fase in fase, sono traiettorie classiche e caotiche, tali cioè che piccole variazioni nelle condizioni iniziali comportano traiettorie divergenti, e che non si avvolgono mai su sé stesse. Il sistema è quindi in grado di discriminare tra piccole variazioni delle condizioni iniziali manifestando comportamenti conseguentemente diversi. Le proprietà del caos conferiscono al sistema una grande efficienza funzionale.

Il fenomeno della coerenza è dunque alla base della metamorfosi attraverso cui la dinamica di fondo assume le forme in cui si manifesta. Particolarmente notevole è il caso dei *frattali* o *strutture auto-similari* discussi nella Sezione seguente.

8. Frattali e coerenza

Consideriamo un quadrato di lato L_0. Supponiamo di dividere L_0 per 3. Il quadrato resta diviso in 9 quadrati di lato $L_0/3$. Abbiamo $9 = 3^2$, cioè $9/3^2 = 1$. Se poniamo $\lambda = 1/3$, $p = 9$, $d = 2$, possiamo scrivere $\lambda^d\, p = 1$. È facile verificare che è sempre $d = 2$, qualunque sia il valore per cui dividiamo il lato L_0 del quadrato. Il valore $d = 2$ è infatti la “dimensione” delle superfici (spazio a due dimensioni). Se continuiamo a dividere ancora L_0 per 3, ciascuno dei 9 quadrati dà altri 9 quadrati, e così via a ogni ulteriore divisione di L_0 per 3. Ripetendo il processo n volte, per ogni intero n comunque grande, abbiamo $(\lambda^d p)^n = 1$, con $d = 2$. Questa è la relazione di auto-similarità per le superfici.

Possiamo ripetere la stessa procedura per un cubo di lato L_0. Supponiamo di dividere L_0 per 2. Il cubo resta diviso in 8 cubi di lato $L_0/2$. Abbiamo $8 = 2^3$. Se poniamo $\lambda = 1/2$ e $p = 8$, possiamo scrivere $\lambda^d p = 1$, dove ora $d = 3$. Nel caso del cubo è sempre $d = 3$, qualunque sia il valore per cui dividiamo il lato L_0. Il valore $d = 3$ è la “dimensione” dei volumi (spazio a tre dimensioni). Iterando il processo, per ogni intero n otteniamo $(\lambda^d p)^n = 1$, con $d = 3$. Questa è la relazione di auto-similarità per i volumi.

Ripetendo la stessa costruzione per un segmento di lunghezza L_0, troviamo $d = 1$. I segmenti vivono infatti nello spazio a una dimensione.

Invece di “scalare” L_0 dividendolo per 2, 3, etc. avremmo potuto moltiplicarlo per 2, 3, etc. Avremmo avuto comunque le *dimensioni* d date dai numeri *interi* 1, 2, 3 nel caso lineare, delle superfici, dei volumi, rispettivamente.

Consideriamo ora il segmento u_0 in Figura 2. Dividiamolo in 3 parti ($\lambda = 1/3$). Con 4 di questi segmenti, ciascuno pari a $u_0/3$, costruiamo il segmento $u_1 = (4/3)\, u_0$ e imponiamo che u_1/ u_0 sia uguale a 1, il che equivale a chiedere che il percorso lungo u_0 sia equivalente a quello lungo u_1 (ci sono in fisica degli interessanti processi che non dipendono dal percorso seguito nel passare da un punto A a un punto B). Affinché dunque $u_1/ u_0 = 1$ occorre che ci sia un numero d tale che $4/3^d = 1$ e, ripetendo il processo n volte, per ogni intero n comunque grande, si ha $(4/3^d)^n = 1$, dal che si ricava $d = (\log 4) / (\log 3) = 1{,}2619$.

Questo numero d, ottenuto allo stesso modo in cui abbiamo ottenuto le dimensioni 1, 2, 3 nei casi precedenti, definisce la dimensione della curva di Koch in Figura 2, ma ora d non è un intero; è la sua *dimensione frattale*, o *dimensione di auto-similarità*.

Osservando che le quantità $(\lambda^d p)^n$, per ogni intero n, quando si estendano λ e p a valori complessi, costituiscono le funzioni con cui si costruiscono gli stati coerenti nelle teorie quantistiche, si arriva a di-

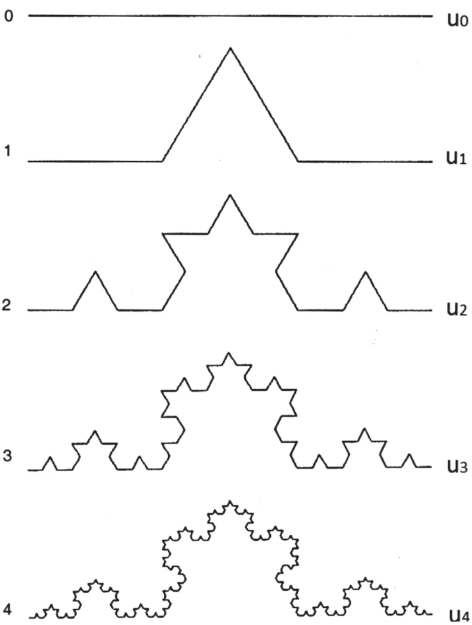

Figura 2. I primi quattro stadi della curva di Koch

mostrare[11] che la struttura matematica di frattali e stati coerenti *deformati*, con *parametro di deformazione* λ^d, è la stessa. Questo si esprime dicendo che frattali e stati coerenti sono matematicamente *isomorfi*.

Possiamo allora pensare ai frattali come a sistemi quantistici macroscopici *risultanti* dalla deformazione di una dinamica microscopica coerente. Al variare dei valori assunti dal parametro di deformazione, la dinamica dei componenti elementari del sistema si *manifesta* assumendo forme frattali diverse. La coerenza, cioè l'armonioso tessuto delle correlazioni a grande distanza tra i componenti elementari, genera la molteplicità delle strutture auto-similari che osserviamo in natura.

[11] G. Vitiello, "Fractals, coherent states and self-similarity induced noncommutative geometry", in «Phys. Lett.», A 376, 2012, pp. 2527-2532.

9. Origine delle metamorfosi

Abbiamo visto che il processo di metamorfosi è di fatto dipendente dallo spazio H_F degli stati fisici selezionato dall'insieme $\{H_F\}$, come dettato dalla rottura spontanea della simmetria, e questo tiene conto in definitiva dell'ambiente in cui il sistema è immerso. È possibile dimostrare[12, 13, 14, 15] che il processo di selezione dello stato con rottura della simmetria può essere indotto da uno stimolo debole (trigger), da un input minimo, ma in fase, in grado di risuonare con il sistema. Un tale processo di selezione, o di rottura della simmetria via un input minimo, risulta essere collegato alla "località" degli stati fisici, al fatto cioè che essi sono localizzati in confini spaziali e temporali finiti. La località è in definitiva all'origine del processo di *rearrangement* dinamico della simmetria.

In realtà, le nostre osservazioni sono sempre locali. La località è un aspetto a esse intrinseco, che non possiamo evitare e che si riflette sugli stati fisici osservati. Le limitazioni spazio-temporali indotte dalla località sono tuttavia benvenute perché altrimenti non potremmo *distinguere* "cosa da cosa". La possibilità di parlare di una mela nasce dal fatto che nelle nostre osservazioni possiamo localizzarla, definirne cioè i contorni spaziali, senza che essa si "sovrapponga" a un'arancia, o a noi stessi e dal fatto che l'arancia e noi stessi siamo localizzati e non ci sovrapponiamo a essa nella nostra estensione. Insomma, nelle nostre osservazioni (in pratica in ogni nostra interazione con il mondo) se introduciamo per esempio un volume "soglia" V, quanto accade al di fuori di V diciamo che vale 1/V, è cioè *trascurabile* per V grande (perché $1/V \rightarrow 0$ al crescere di V). Orbene, la riorganizzazione dinamica (il *dynamical rearrangement*) della simmetria di base (invarianza) trova la sua origine in questo trascurare contributi dell'ordine di 1/V nelle no-

[12] H. Matsumoto, H. Umezawa, G. Vitiello, J. K. Wyly, "Spontaneous Breakdown of a Non-Abelian Symmetry Group", in «Phys. Rev.», D9, 1974, pp. 2806-2813.

[13] M. N. Shah, H. Umezawa, G. Vitiello, "Relation among spin operators and magnons", in «Phys. Rev.», B10, 1974, pp. 4724-4736.

[14] G. Vitiello, "Dynamical Rearrangement of Symmetry", cit.

[15] C. De Concini, G. Vitiello, "Spontaneous Breakdown of Symmetry and Group Contraction", in «Nucl. Phys.», B116, 1976, pp. 141-156.

© atque materiali tra filosofia e psicoterapia – ISSN 1120-9364

stre osservazioni. Se invece recuperiamo risommandoli i contributi 1/V e ne teniamo conto nella nostra analisi possiamo risalire (matematicamente) il percorso del *rearrangemen*t e "riconoscere" (entro certi limiti) il gruppo di invarianza *G* delle equazioni dei campi di interazione.

Facciamo un esempio. Seduto sul molo del porto guardo un battello che si allontana. A un certo punto esso scompare all'orizzonte. Cosa significa "a un certo punto"? Il battello resta visibile "fintanto" che il rapporto tra la sua distanza da me L e il raggio R della terra, è "piccolo", cioè L/R è un valore trascurabile (R gioca qui il ruolo di V). Vincoli geometrici impongono che il massimo valore di L (l'orizzonte) è determinato dalla quota alla quale si trova l'osservatore e dal punto più alto del battello rispetto al livello del mare; per cui, un battello con un albero di una decina metri scompare alla vista di un osservatore sul molo (a circa due metri di quota) quando si è allontanato di una distanza L dalla costa di una quindicina di chilometri; questo valore rapportato al raggio della terra (6371 Km) è appunto del tutto trascurabile. In realtà il battello scompare "alla mia vista", ma segue la sua traiettoria curva sul mare che asseconda la curvatura della terra. La simmetria di base (*G*) non è quella delle traslazioni (*C*), che descrive gli spostamenti del battello su un piano tangente alla sfera, ma quella delle rotazioni (il battello percorre un arco di circonferenza di raggio R). La sfera *si manifesta* a me seduto sul molo del porto come un piano limitato dall'orizzonte perché – sulla scala delle mie osservazioni – contributi (correzioni) dell'ordine di 1/R sono del tutto irrilevanti.

10. Conclusioni

Fabrizio Desideri ricorda[16] che nel *Cratilo* di Platone «il bello viene (…) inteso come eponimo della dianoia. Non esprime, pertanto, la stabilità di una cosa, ma la dinamica di un'attività, quella del nominare. In to kalòn risuona, dunque, la potenza denominativa dell'intelligenza: la sua capacità di stabilire i nomi e, così, di poter chiamare gli enti».

[16] F. Desideri, *Origine dell'estetico. Dalle emozioni al giudizio*, Carocci editore, Le Frecce, Roma 2018, pp. 12-13, che cita *Cratilo*, 416b-d.

Questo passaggio, come già osservato altrove,[17] mi offre la possibilità di notare che «stabilire i nomi» e «poter chiamare gli enti», cioè di distinguerli l'uno dall'altro, introduce una rottura spontanea della simmetria, quella corrispondente alla loro indistinguibilità esistente *prima* che a ciascuno sia attribuito un nome. Quello del "nominare", la dianoia è infatti «la dinamica di un'attività», non esprime la «stabilità di una cosa». Vediamo in tal modo quanto generale possa essere il processo della rottura della simmetria. In linguistica, per esempio, possiamo immaginare di avere un insieme di lettere come componenti elementari del nostro sistema, con una simmetria che permetta di permutarli tra di loro. Supponiamo di scegliere per semplicità quattro di tali elementi. Siano *r, m, a, o*. La simmetria sotto permutazione può essere rotta scegliendo di allinearli, per esempio, nell'*ordine* "roma". La parola così formata, in lingua italiana, denota la città di Roma. Avremmo potuto formare in modo simile la parola corrispondente a un ordine diverso (un diverso H_F, nella notazione delle Sezioni precedenti); per esempio, "orma". E in modo simile potremmo ottenere "amor", "omar", "ramo", etc. Tutti ordinamenti diversi (fasi diverse per il nostro sistema di quattro lettere e vocali), *forme* diverse originate dalla riorganizzazione della originaria simmetria sotto permutazioni (metamorfosi). All'interno del contesto della lingua italiana (ambiente), ciascuna di tali parole (ordinamenti) è correlata ad altre parole (altri ordinamenti) in una rete di correlazioni su "distanze" maggiori di quelle su cui vivono e si relazionano i componenti elementari. Questa rete di correlazioni ne definisce il *significato*: orma è quella lasciata sulla sabbia, omar è l'amico di scuola, etc. Significati diversi associati a ordinamenti diversi. Il significato di orma non appartiene dunque alla "r" o alla "m", ma è da esse "condiviso" in quel loro specifico ordinamento, è il *modo collettivo* (*coerenza*) che "avvolge" le quattro lettere nella loro correlazione e nella correlazione con gli altri ordinamenti nello specifico contesto linguistico e culturale. Il risultato è il passaggio *dinamico* dal livello dei componenti elementari a quello dei significati, dalla *sintassi* alla *semantica*.

Oltre all'esempio semplice delle lettere nel costruire parole, possiamo considerare il livello successivo di ordinamento tra parole nel for-

[17] G. Vitiello, "La verità oltre la soglia", in «Atque», 22, 2018, pp. 17-32.

mare frasi, e così via in livelli di maggiore complessità. Le correlazioni tra gli elementi di un dato livello sono istituite attraverso un processo di astrazione, cioè di esemplificazione necessaria alla collocazione dell'elemento nel contesto, e di generalizzazione, che permette di associare o creare categorie di appartenenza dell'elemento. Questi processi sono gli stessi che nel modello quantistico dissipativo del cervello sono prodotti dalla dinamica dell'attività cerebrale e mentale[18] nella costruzione dei significati cui essa è di fatto finalizzata per il più soddisfacente nostro "essere-nel-mondo".[19] La linguistica trova così il suo fondamento nei processi cerebrali e nella rete culturale in cui il cervello è immerso e che contribuisce a creare (il suo *Doppio*).[20,21]

Si realizza in tal modo la possibilità di estendere alla linguistica l'apparato formale della rottura della simmetria, del *rearrangement* e della dinamica coerente che genera correlazioni a grande distanza, con la possibilità di "metamorfosi" dal livello dei componenti di volta in volta "elementari" (alfabeto, lessico, locuzioni, etc.) a quello degli ordinamenti negli specifici livelli e degli "ordinamenti di ordinamenti" (tra parole, tra frasi, etc.) con la costruzione dello "spazio dei significati".[22]

In conclusione, l'esistenza di infinite rappresentazioni fisicamente non equivalenti costituisce un aspetto matematico tipico della QFT, che non esiste nella ordinaria meccanica quantistica. In esso risiede la grande ricchezza e flessibilità della QFT nella descrizione di sistemi fisici diversi, dalle particelle elementari alla materia nello stato solido,[23] ai flu-

[18] W.J. Freeman, G. Vitiello, "Nonlinear brain dynamics as macroscopic manifestation of underlying many-body field dynamics", in «Physics of Life Reviews», 3, 2006, 93-118.

[19] G. Vitiello, "Essere nel mondo: Io e il mio Doppio", in «Atque», 5, 2008, pp. 155-176.

[20] G. Vitiello, *My double unveiled*, John Benjamins Publ. Co., Amsterdam 2001.

[21] W.J. Freeman, G. Vitiello, "Matter and Mind are entangled in two streams of images that guide behavior and inform the subject through awareness", in «Mind and Matter», 14 (1), 2016, pp. 7-24.

[22] M. Piattelli-Palmarini, G. Vitiello, "Linguistics and some aspects of its underlying dynamics", in «Biolinguistics», 9, 2016, pp. 96-115.

[23] M. Blasone, P. Jizba, G. Vitiello, *Quantum field theory and its macroscopic manifestations: Boson condensation, ordered patterns, and topological defects*, Imperial College Press, London 2011.

idi, ai plasmi, alla teoria del calcolo e dei calcolatori,[24] fino a includere la materia nella fase vivente (sistemi biologici), ai processi cerebrali e mentali,[25] alla linguistica.[26] Abbiamo visto come il fenomeno della rottura spontanea della simmetria e il suo *rearrangement* nel manifestarsi al livello delle osservazioni possa formalmente considerarsi come un processo di metamorfosi. Potremmo addirittura affermare, abusando forse in termini metaforici, che nel formalismo della teoria dei campi il problema che viene posto come centrale è quello della metamorfosi dell'unicità informe dell'*essere* nella molteplice diversità dell'*esistente*. L'essere è quello della dinamica delle interazioni con le sue simmetrie, non accessibile alle nostre osservazioni, e l'esistente è la ricca diversità con cui essa ci si manifesta nelle sue metamorfosi regolate dal paradigma della coerenza. Conviene forse concludere con le parole di Darwin[27] a proposito del generarsi e dell'evolversi delle forme nella materia vivente:

> C'è una grandiosità in questa visione della vita, con le sue molteplici possibilità, inspirata inizialmente in poche forme o in una; e nel fatto che, nel mentre questo pianeta è andato percorrendo i cicli dettati dalla immutabile legge di gravità, da un così semplice inizio, innumerevoli forme di grande bellezza e tanto meravigliose si sono evolute e continuano a evolversi.

Ringraziamenti: Ringrazio Laetitia D'Elia per illuminanti discussioni.

[24] G. Basti, A. Capolupo, G. Vitiello, "Quantum field theory and coalgebraic logic in theoretical computer science", in «Progress in biophysics and molecular biology», 130, 2017, pp. 39-52.

[25] G. Vitiello, *My double unveiled*, cit.

[26] M. Piattelli-Palmarini, G. Vitiello, "Linguistics and some aspects of its underlying dynamics", cit.

[27] C. Darwin, *On the Origin of Species*, John Murray, London 1860, p. 490: «There is grandeur in this view of life, with its several powers, having been originally breathed into a few forms or into one; and that, whilst this planet has gone cycling on according to the fixed law of gravity, from so simple a beginning endless forms most beautiful and most wonderful have been, and are being, evolved».

Riassunto In teoria quantistica dei campi con rottura spontanea della simmetria, la medesima dinamica dei componenti elementari del sistema si manifesta in una molteplicità di forme (ordinamenti diversi) nelle strutture osservate. Il manifestarsi al livello delle osservazioni della simmetria della dinamica può essere descritto in termini formali ben definiti come metamorfosi. La località delle osservazioni è all'origine di tale *rearrangement* della simmetria. Un ruolo centrale nei processi di metamorfosi è giocato dall'essere in fase (coerenza) delle correlazioni che generano ordine e strutture frattali auto-similari. Il loro carattere dissipativo, la stabilità funzionale, l'insorgere della freccia del tempo vengono anche discussi. L'energia ceduta alle strutture ordinate emergenti dalle metamorfosi, contrariamente a quanto accade per i sistemi disordinati, è distribuita non solo individualmente, ai singoli componenti elementari, ma anche alla rete coerente di correlazioni che li legano. Le considerazioni presentate si applicano alla fisica delle particelle elementari, della materia condensata, alla materia nella sua fase vivente (biologia, neuroscienze) e possono applicarsi, nella formazione di significati, ad aspetti di linguistica nella transizione da livelli sintattici a quelli semantici. Il ruolo della coerenza nelle manifestazioni della dinamica microscopica al livello macroscopico è cruciale per l'estensione della nozione di metamorfosi a tutta la natura.

Parole chiave teoria quantistica dei campi, rottura spontanea della simmetria, ordine, stati coerenti, metamorfosi, morfogenesi, freccia del tempo, significato, sintassi, semantica

Giuseppe Vitiello È Professore Onorario di Fisica Teorica presso l'Università di Salerno, Dipartimento di Fisica "E.R. Caianiello". Fino al dicembre 2017 è stato associato all'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Gruppo Collegato di Salerno. Svolge attività di ricerca nella fisica delle particelle elementari e nella fisica dei sistemi biologici e del cervello. È autore di circa duecento pubblicazioni su riviste scientifiche specialistiche, di numerosi reports in rendiconti di conferenze internazionali, di capitoli in volumi monografici, dei testi *Quantum Field Theory and its macroscopic manifestations* (assieme a M.Blasone e P. Jizba, London 2011) e *Quantum Mechanics* (assieme a H. Umezawa, Bibliopolis, Napoli 1985, traduzione in giapponese: Publishing Co. Nippon Hyoron Sha, Tokyo, Japan 2005), del volume *My Double unveiled* (Amsterdam 2001) sul modello dissipativo quantistico del cervello. Ha curato la pubblicazione di rendiconti di conferenze internazionali e, assieme a Gordon Globus e a Karl Pribram, del volume *Brain and Being. At the boundary between science, philosophy, language and arts* (Amsterdam, 2004). Ha collaborato dal 2003 con Walter J. Freeman (scomparso nel 2016) su problemi di neuroscienze e colla-

bora dal 2009 con Luc Montagnier (Nobel per la Medicina 2008) sulle proprietà elettromagnetiche del DNA. Per un elenco delle pubblicazioni si veda:
http://scholar.google.com/citations?user=IUn2AY8AAAAJ
http://arxiv.org/find/all/1/au:+Vitiello_G%2a/0/1/0/all/0/1